

INTEGRALES 2º BACHILLER DE CIENCIAS

1. Calcular las siguientes integrales inmediatas:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \int x \cos(x^2) dx & \text{b) } \int x\sqrt{x} dx & \text{c) } \int \frac{e^x}{e^x+4} dx & \text{d) } \int \frac{5x^4-3x^2+1}{x} dx \\ \text{e) } \int \frac{3x}{1+4x^2} dx & \text{f) } \int \frac{\text{sen}(\text{Ln}(x))}{x} dx & \text{g) } \int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx & \text{h) } \int \frac{4x+8}{x^2+4x+1} dx \\ \text{i) } \int \frac{1}{x^2-6x+9} dx & \text{j) } \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{5}{\sqrt{x}}\right) dx & \text{k) } \int x \cdot (x^2+3)^{11} dx & \text{l) } \int \frac{3-5x}{1+x^2} dx \end{array}$$

2. Dada la función $f(x) = -3x e^x$

- Estudia y representa su gráfica, calculando: dominio de definición, puntos de corte con los ejes, asíntotas, monotonía y extremos relativos.
- Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 0$.

3. Calcular las siguientes integrales indefinidas:

$$\text{a) } \int \frac{x^2+4}{x^2-5x+6} dx \quad \text{b) } \int \frac{x+8}{x^2+x-2} dx \quad \text{c) } \int \frac{\text{sen } x}{1+\cos^2 x} dx \quad \text{d) } \int x \cdot \text{sen } x dx$$

4. Calcular una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ que cumpla $F(0) = 0$.

5. Hallar una función polinómica de segundo grado cuya recta tangente en el punto $(1,0)$ es paralela a la recta $y - 7x + 5 = 0$, y que la integral definida de la función entre 1 y 2 vale $9/2$. **Sol:** $f(x) = 3x^2 + x - 4$

6. Hallar una función $f(x)$ sabiendo que su segunda derivada es $6x+10$ y tal que $f(1) = 7$ y $f(-2) = 13$.
Sol: $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$

7. Sea $f(x) = \frac{e^x+1}{x+e^x}$. Hallar la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 5)$.

8. Sean las funciones $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = 2x^2 - 2$

- Calcular el área comprendida entre las gráficas de f y g . **Sol:** $37/12$
- Hallar la ecuación de la recta tangente a g que pasa por el punto $(2, 4)$.

9. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - ax$ y la recta $g(x) = 2ax$ con $a > 0$. Determinar a sabiendo que el área del recinto limitado por f y g es de 36. **Sol:** $a = 2$

10. Sean las funciones $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3$ y $g(x) = 2x^2 + 4x$

- Calcular el área comprendida entre las gráficas de f y g . **Sol:** $863/48$
- Hallar la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a g en $x = -1$.

11. Haz un esbozo del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = e^x$, su recta tangente en $x = 2$ y los ejes de coordenadas. Calcula el área de dicho recinto. **Sol:** $(e^2 - 2)/2$

12. Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Calcula el valor de los parámetros a y b para que la función sea derivable en $x = 1$. **Sol:** $a = -3, b = 2$

b) Para los valores de los parámetros obtenidos en el apartado anterior, halla $\int_0^3 f(x) dx$. **Sol:** $13/3$

13. Sean las funciones $f, g: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \text{sen}(x)$ y $g(x) = \text{sen}(2x)$.

a) Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y halla sus puntos de corte.

b) Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \pi/3$. **Sol:** $1/4$

14. La parábola $f(x) = x^2 + bx + c$ verifica que su gráfica pasa por el punto $(0,3)$ y que $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Hallar los valores de b y c

15. De la función $f(x)$ se sabe que $f''(x) = 6x - 6$, que $f'(0) = 0$ y que $f(0) = 2$.

a) Calcula la tangente a $f(x)$ en su punto de inflexión

b) Calcular el área del recinto determinado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX .

16. Calcula las siguientes integrales definidas:

a) $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ b) $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x-1}} dx$ c) $\int_1^e \ln x^2 dx$ d) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$

17. Calcula el valor de a para que la integral entre 0 y a de la función $x \cdot e^x$ sea igual a 1.

18. Hallar los máximos y los mínimos de la función $f(x) = \int_1^{x^2} (t^2 - 1) dt$

19. Calcula las siguientes integrales definidas:

a) $\int_0^{\pi/3} \frac{\text{sen} x}{2 - \cos x} dx$ b) $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} dx$ c) $\int_0^\pi e^x \text{sen} x dx$ d) $\int_0^1 \frac{x^3 + 2}{x^2 + 3x + 2} dx$