

## DERIVADAS 2º BACHILLER DE CIENCIAS

1. Calcular la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 4x^3 + 8x$	b) $f(x) = (2x^3 + 4) \cdot (x^2 - 1)$	c) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$
d) $f(x) = \frac{3x^6 + 5}{2x + 1}$	e) $f(x) = (x^2 - 1)^4$	f) $f(x) = (6x^5 + 4x^2 - 1)^5 + x$
g) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$	h) $f(x) = x^{-7} + x^{-2} - 5$	i) $f(x) = \frac{1}{3} \sqrt{x^3 - x - 6}$
j) $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{2}{x^3} + \frac{2}{x}$	k) $f(x) = \text{sen}(2x + 3)$	l) $f(x) = 2 \cdot e^{x^3 - 3x^2 + x}$
m) $f(x) = \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^2$	n) $f(x) = 1 + \sqrt{(x^2 + 2x)^3}$	ñ) $f(x) = \text{Ln}(x^2 + 5x - 3)$
o) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 3x^{\frac{1}{5}}$	p) $f(x) = x + \frac{x+3}{x^2}$	q) $f(x) = e^x \cdot \text{sen}(2x)$
r) $f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{1 + \cos(x)}$	s) $f(x) = 3 \cdot \text{cosec}(x)$	t) $f(x) = x^3 \cdot e^{3x}$
u) $f(x) = x \cdot \cos(x+1)$	v) $f(x) = \text{Ln}((x^2 - 1)^4)$	w) $f(x) = \text{tg}(3x - 1)$
x) $f(x) = \sqrt{e^{x^2+1}}$	y) $f(x) = \text{Ln}\left(\frac{1}{x}\right)$	z) $f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-1)^2$

### SOLUCIONES

a) $12x^2 + 8$	b) $10x^4 - 6x^2 + 8x$	c) $\frac{14x}{(x^2 + 4)^2}$
d) $\frac{30x^6 + 18x^5 - 10}{(2x + 1)^2}$	e) $8x \cdot (x^2 - 1)^3$	f) $5 \cdot (6x^5 + 4x^2 - 1)^4 \cdot (30x^4 + 8x) + 1$
g) $\frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}$	h) $-7x^{-8} - 2x^{-3}$	i) $\frac{3x^2 - 1}{6\sqrt{x^3 - x - 6}}$
j) $\frac{-5}{x^6} - \frac{6}{x^4} - \frac{2}{x^2}$	k) $2 \cdot \cos(2x + 3)$	l) $2 \cdot (3x^2 - 6x + 1) \cdot e^{x^3 - 3x^2 + x}$
m) $\frac{4(x-1)}{(1+x)^3}$	n) $3 \cdot (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 2x}$	ñ) $\frac{2x + 5}{x^2 + 5x - 3}$
o) $\frac{-2}{3 \cdot \sqrt[3]{x^5}} + \frac{3}{5} x^{-\frac{4}{5}}$	p) $\frac{x^3 - x - 6}{x^3}$	q) $[\text{sen}(2x) + 2 \cos(2x)] \cdot e^x$
r) $\frac{1}{1 + \cos(x)}$	s) $\frac{-3 \cos(x)}{\text{sen}^2(x)}$	t) $3 \cdot (x^3 + x^2) \cdot e^{3x}$
u) $\cos(x+1) - x \cdot \text{sen}(x+1)$	v) $\frac{8x}{x^2 - 1}$	w) $\frac{3}{\cos^2(3x - 1)}$
x) $x \cdot \sqrt{e^{x^2+1}}$	y) $\frac{-1}{x}$	z) $4x(x^2 - 1)$

2. Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la función  $y = x \ln x$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

3. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x - e^x}{\operatorname{sen}^2 x}$     c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \operatorname{sen} x}{x^3}$     d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^x - 1)^2}$

**Sol:** a) 0    b)  $-1/2$     c)  $-1/3$     d)  $1/2$

4. Calcula las derivadas de las siguientes funciones y simplifica si es posible:

a)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$     b)  $y = \ln \left( \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right)$     c)  $y = (1 + e^{2x}) \cdot (x^2 - 1)$

5. Estudia la continuidad y derivabilidad de la función  $f(x) = x^2 - |x| + 2$ .

6. Calcula el valor de los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea derivable en  $x = 1$ .

7. Halla el valor de  $a$  para que la función  $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{3x + 1}$  verifique  $f'(2) = 0$ . **Sol:**  $a = 17/3$

8. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Encontrar los valores de  $a$  y  $b$  para que la función sea continua y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

b) Estudiar su derivabilidad.

9. Calcula los valores del número real  $a$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1 - ax}{x^2} = 8$ .

10. Dada la función  $f(x) = x^2 - 8x + 1$ , ¿existe algún punto de la curva con tangente paralela a la recta  $y = 2x - 3$ ?

11. Calcular las tangentes a la curva  $f(x) = x^3 - 2x$  paralelas a la recta  $y = x$  así como los puntos de tangencia

12. Determinar  $a$  y  $b$  de modo que la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua y derivable.

13. Hallar los puntos de la función  $f(x) = x \cdot e^x$  en los que la tangente es horizontal.

14. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = (x + 1) \cdot e^{-x}$  en el punto de corte de  $f(x)$  con el eje X.

15. Halla la ecuación de la parábola  $y = x^2 + bx + c$  cuya recta tangente en el punto  $(1, 1)$  es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

16. Obtén la derivada n-ésima de estas funciones.

a)  $f(x) = \frac{x+1}{1-x}$     b)  $g(x) = \text{sen}^2(x)$     c)  $h(x) = \ln(x)$

17. Estudia la derivabilidad de la función  $f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$ .

18. Sea la función f definida por  $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ ax+b & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Determinar el valor de las constantes a y b sabiendo que la gráfica de la función f admite recta tangente en el punto  $P(0,1)$ . **Sol:**  $a = -1$ ,  $b = 1$