

LÍMITES Y CONTINUIDAD 2º BACHILLER DE CIENCIAS

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 6x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2 - 1}{6x^2 - x - 1}$

Sol: a) $-1/56$ b) $1/2$ c) $-1/36$ d) $4/5$

2. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} e^x + a & x \leq 0 \\ ax^2 + b & 0 < x \leq 2 \\ \frac{bx+2}{x-1} & x > 2 \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} 2^x + a & x \leq 1 \\ x^2 + bx & 1 < x \leq 3 \\ \frac{x+2b}{x-2} & x > 3 \end{cases}$

3. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} \right)$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{x^2 + 1}{x}$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{5x-1} \right)^x$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{2x^2 + 3x - 4}$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \frac{x^2 + 1}{x + 1} \right)$ j) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}}$ k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{\frac{2x+1}{12}}$ l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

Sol: a) 2 b) 2 c) \cancel{A} d) 2 e) $-1/2$ f) 0 g) 0 h) $1/2$ i) 1 j) 2 k) 0 l) $8\sqrt{2}$

4. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones (Hallar y clasificar los puntos de discontinuidad) Representarlas gráficamente.

a) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x+2 & \text{si } x < -1 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 1-2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 5 & \text{si } x \in [-3, 1) \\ x - 5 & \text{si } x \in (1, \infty) \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 4 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ -x + 8 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

5. Determinar y clasificar los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 4x + 3}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$ c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x > 0 \\ 3x & x \leq 0 \end{cases}$

6. Determinar el parámetro a (y el b, caso de que lo haya) para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x+2 & x < 1 \\ x^2 - ax & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & x > 1 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} e^x + a & x \leq 0 \\ ax^2 + b & 0 < x \leq 2 \\ \frac{bx+2}{x-1} & x > 2 \end{cases}
 \end{array}$$

7. Una empresa vende una máquina fotocopidora cuya capacidad de hacer copias por minuto se va deteriorando con el paso de los años, aunque para paliar el problema aconseja hacerle una revisión al cabo de 4 años. La función que, en este caso, da el número de copias por minuto en función de los x años transcurridos viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 15 - 2x & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{5x+2}{x-2} & x > 4 \end{cases}$$

- ¿Cuántas copias hace la máquina cuando se compra?
- ¿La revisión de los cuatro años, cambia el rendimiento de la máquina o no se nota el arreglo?
- La empresa ofrece una garantía de un mínimo de 5 copias por minuto por vieja que sea la máquina. ¿Es fiable dicha garantía? ¿Qué ocurriría si no se pasa la revisión?

8. Determinar y clasificar los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < -1 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ \frac{6x}{x+4} & \text{si } 3 < x \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{x^3 - 3x^2 + 2x} & x \leq 1 \\ \frac{x+2}{x^2 - 4} & x > 1 \end{cases}
 \end{array}$$