

# POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS 1º BACHILLER CCSS

1. Operar y simplificar las siguientes expresiones:

a)  $(x+2) \cdot (x-3) + x \cdot (x-1)$

b)  $(x-3)^2 + (x-3) \cdot (x+3)$

c)  $(x-1)^3 + (x-1)^2 + (x-1)$

d)  $\frac{1}{2}(2x+1) \cdot (x-2x^2) + (x-1) \cdot (x+1)$

e)  $(x^2+x+1)^2 - (x-2) \cdot (x+1) \cdot (x+2)$

f)  $(x^2+x+1) \cdot (x^2+x-1) - (x^2-1) \cdot (x^2+1)$

2. Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) : (x^2 - 3)$

b)  $(3x^3 - x^2 - 1) : (3 - x^2)$

c)  $(5x^4 - x^2 + 3x - 4) : (x + 3)$

d)  $(x^5 - 5x^3 + 4x) : (x^2 - 1)$

e)  $(x^5 - 3x^4 + x^2 - 6) : x$

f)  $(x^7 - x^4 + 1) : (x - 1)$

3. Opera y simplifica

a)  $(2x-3) \cdot (x+1) - 3(x^2+4-3x)$  **Sol:**  $-x^2 + 8x - 15$

b)  $2 \cdot (x-3) + (x-2)^2 + 5 \cdot (x-1)$  **Sol:**  $x^2 + 3x - 7$

c)  $x \cdot (x-3) + (x+1) \cdot (x-1) - (2x-1)^2$  **Sol:**  $-2x^2 + x - 2$

d)  $(9-x) \cdot (9+x) - (-x+3) + 5 + x^2$  **Sol:**  $x + 83$

e)  $x \cdot (x+1)^2 - (x+1)^2$  **Sol:**  $x^3 + x^2 - x - 1$

f)  $(x+1)^3$  **Sol:**  $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

4. Efectúa la siguiente división de polinomios:

a)  $(2x^2 - 3x + 4) \div (x - 1)$

b)  $(4x^3 + 12x^2 - x - 9) \div (2x + 5)$

c)  $(3x^2 + 13x - 17) \div (3x - 2)$

**Sol:** a)  $C = 2x - 1$   $R = 3$

b)  $C = 2x^2 + x - 3$   $R = 6$

c)  $C = x + 5$   $R = -7$

5. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones:

a)  $(x^4 - x^3 - 10x^2 + 3x + 3) : (x + 3)$

b)  $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

6. Calcula el valor de  $m$  en los siguientes casos:

a) El polinomio  $(3x^5 + 6x^4 + 2x^3 + x^2 - 3mx - 2m)$  es divisible por  $(x + 2)$ .

b) El polinomio  $(2x^5 - 9x^4 + 9x^3 + 2x^2 - mx + m)$  tiene al número 3 como raíz entera.

c) El polinomio  $(5x^6 + 10x^5 - 2x^4 - 4x^3 + mx^2 - x - 5m)$  es divisible por  $(x + 2)$ .

7. Determinar  $a$  y  $b$  para que el polinomio  $x^3 + ax^2 + bx + 5$  sea divisible por  $x^2 + x + 1$

8. Si  $(mx+7) \cdot (5x+n) = px^2 + 15x - 14$  hallar m, n y p.

9. Factoriza los siguientes polinomios:

- a)  $2x^3 - 4x^2 - 22x + 24$     b)  $x^4 + 8x^2 + 16$     c)  $2x^5 - 20x^3 + 18x$   
d)  $3x^3 + 9x^2 - 219x - 945$     e)  $x^4 + x^2 + 2x$     f)  $5x^4 + 5x^3 + 25x^2 + 35x - 70$

10. Sabiendo que una raíz del polinomio  $Q(x) = x^3 + 8x^2 + kx + 10$  es  $x = -10$ , calcula el valor de k, halla el resto de las raíces y factoriza el polinomio. **Sol:**  $k = -19$

11. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a)  $\frac{2x-4}{x^2-4x+4}$     b)  $\frac{6-x-x^2}{x^2+2x-8}$     c)  $\frac{x^3-x^2-8x+12}{x^3-6x^2+2x+12}$

12. Efectúa las siguientes operaciones y da el resultado en forma de fracción irreducible:

- a)  $\frac{5x}{x+3} + \frac{3}{x-2}$     b)  $\frac{2x-1}{x^2-4} + \frac{2}{x+2}$     c)  $\frac{7x}{x-3} - \frac{5}{x+3} + \frac{6x}{x^2-9}$     d)  $\frac{2x-6}{x^2-1} \cdot \frac{5x+5}{4x-12}$   
e)  $\frac{x-1}{2x+6} : \frac{x^2-1}{-3x-9}$     f)  $\frac{x^2-6x+5}{x^2+5x+6} \cdot \frac{2x^2-8}{x^2-x} : \frac{2x-10}{x^2+3x}$

13. Determina el polinomio  $P(x)$  tal que verifica las siguientes condiciones (todas a la vez):

- a) Es divisible por  $(x-2)^2$  y el cociente que se obtiene es de la forma  $ax+b$ .  
b) El resto, al dividirlo por  $x+1$ , es 18.  
c) El resto, al dividirlo por  $x$ , es 4.

14. Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

- a)  $\frac{1}{x^2-1} + \frac{4}{x^2+2x+1} - \frac{x+3}{x^2-x}$     b)  $\frac{x-2}{x^2+2x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{4}{x^2-1}$     c)  $\frac{x-2}{x+3} : \frac{x^2-2x}{x^2+6x+9}$   
d)  $\left( \frac{1}{x^3+x^2+x+1} - \frac{2-x}{1-x^4} \right) : \frac{x}{1-x^2}$     e)  $\left( \frac{4x}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} \right) \cdot \frac{x+1}{x-1}$     f)  $\left( 1 + \frac{a}{b} \right) : \left( \frac{a^2-b^2}{ab-b^2} \right)$   
g)  $\frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{1+2x+x^2} - \frac{1-2x}{1+x}$     h)  $\left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) : \frac{x^2-x}{x^2-1}$

15. Halla el MCD y el mcm de los siguientes grupos de polinomios:

- a)  $x^3-1$ ;  $x^2-x$ ;  $x^2-1$     b)  $x^4-16$ ;  $x^2-4$     c)  $5x-10$ ;  $15x^2-60$ ;  $3x^2-12x+12$

16. Calcula  $a$  y  $b$  para que el polinomio  $x^3 + ax^2 + bx + 15$  sea divisible por  $(x-3)$  y por  $(x-5)$ . Factoriza el polinomio resultante.

17. Determina  $a$  y  $b$  para que  $(x-3)$  sea una raíz doble del polinomio  $x^3 + ax^2 + 7x + b$ . Factoriza el polinomio resultante.