# DETERMINANTES 2º BACHILLER DE CIENCIAS

**1.** Calcular el valor de los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ x & -x & 6 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

**2.** Hallar el valor de los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} a & a & a & 1 \\ a & a+1 & 1 & 1 \\ a & a+2 & 1 & 2 \\ a & a+3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ **Sol:** a) 6 b) 1 c) a (1-a)

**3.** Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} x^4-6 & x \\ x^3-3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 4 & x & 0 \end{vmatrix} = 1$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & x & 1 \\ 1 & x & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 2$

**Sol:** a) $x = 2$ b) $x = \frac{-1}{7}$ c) $x = \frac{7 \pm \sqrt{73}}{2}$

**4.** Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$ calcular sin desarrollar:

$a)\begin{vmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ $b)\begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \frac{3}{5} \end{vmatrix}$ $c)\begin{vmatrix} x+1 & y+1 & z+1 \\ 2x+5 & 2y & 2z+3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$

**5.** Hallar X tal que XB + B = $B^{-1}$ siendo $B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **Sol:** $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

*a)* Calcular una matriz C tal que $(X-Y) \cdot C = I$

**6.** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$ averiguar para qué valores del parámetro *m* existe la inversa de A.

Calcular $A^{-1}$ para $m = 2$.

**7.** Estudiar el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro *m*.

**8.** Hallar k para que la matriz $A=\begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 0 & 2 & k \\ 4 & 0 & -k \end{pmatrix}$ no tenga inversa.

**9.** Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 3$ calcular:

*a)* el determinante de $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 0 & 3 \\ a & b & c \end{pmatrix}^4$ *b)* $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3a & 3b & 3c \end{vmatrix}$ *c)* $\begin{vmatrix} 3a+2 & 3b+4 & 3c+6 \\ 2a & 2b & 2c \\ a+6 & b & c+3 \end{vmatrix}$

**10.** Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1$, determina el valor del determinante $\begin{vmatrix} x & 1/4 & 4 \\ y & 0 & 4 \\ z & 1/2 & 12 \end{vmatrix}$.

**11.** Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$, determina el valor del determinante $\begin{vmatrix} 0 & a & a^2 \\ a^{-1} & 0 & a \\ a^{-2} & a^{-1} & 0 \end{vmatrix}$.

**12.** Halla, si existe, una matriz A cuadrada de orden 2 que cumpla las siguientes condiciones:

*a)* Coincide con su traspuesta (es *simétrica*).

*b)* Verifica la ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

*c)* Su determinante vale 9.

**Sol:** $A=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

**13.** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

*a)* Halla la inversa de $A-BC$.

*b)* Resuelve la ecuación matricial $AX-BCX=A$.

**14.** Estudia el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & -1 \\ 0 & 1 & a-1 & 0 \\ 1 & 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro *a*.

**15.** Se dice que dos matrices A y B son *semejantes* si existe una matriz invertible P tal que $A = PBP^{-1}$. Demuestra que si A y B son semejantes, entonces $|A| = |B|$.

**16.** Se sabe que una matriz simétrica B de dimensión 3x3 tiene como determinante –3. Determina el determinante de la matriz $B + B^t$ donde $B^t$ denota la traspuesta de B.

**17.** Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 1$ calcular $\begin{vmatrix} a+3d & c+3f & b+3e \\ -d & -f & -e \\ g & i & h \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} f & e & d \\ c & b & a \\ i & h & g \end{vmatrix}$

**18.** Calcular λ para que el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & \lambda \end{pmatrix}$ sea 2.

**19.** Una chica contabiliza las horas semanales que dedica a "Clases", "Estudio", "Televisión" y "Salidas" día a día del modo siguiente:

| | Lun | Mar | Mie | Jue | Vie | Sab | Dom |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Clases | 6 | 5 | 8 | 6 | 5 | 1 | 0 |
| Estudio | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 2 | 2 |
| Televisión | 1 | 2 | 0 | 2 | 0 | 3 | 4 |
| Salidas | 2 | 1 | 2 | 1 | 4 | 6 | 6 |

La chica y su madre valoran cada hora dedicada a las distintas tareas de la siguiente manera:

$$Chica: \begin{cases} Clase: 2 \ puntos \\ Estudio: 3 \ puntos \\ T.V.: 1 \ punto \\ Salidas: 4 \ puntos \end{cases} \qquad Madre: \begin{cases} Clase: 4 \ puntos \\ Estudio: 4 \ puntos \\ T.V.: 0 \ punto \\ Salidas: 2 \ puntos \end{cases}$$

Construir dos matrices, una que recoja las horas semanales dedicadas a cada tarea y otra que recoja las dos valoraciones. Realizar su producto y dar su significado. ¿Cuál es el día cuyas actividades, en conjunto, valora más la chica? ¿Cuál valora más la madre?

**20.** Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ x-1 & 0 & x+3 \\ 1 & x-2 & 4 \end{vmatrix} = 1-7x$

**21.** Determina el rango de la matriz A según los valores de $b$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ b+1 & 1 & 1 \\ 1 & b & b-1 \end{pmatrix}$$

**22.** Resolver la ecuación matricial $AX + X = B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

**23.** Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

*a)* Si X es una matriz cuadrada de orden 3 que verifica la igualdad $X^2 = 2X$, ¿cuánto vale el determinante de X?

*b)* Se dice que una matriz cuadrada A es ortogonal si $A^{-1} = A^t$, es decir, $A \cdot A^t = I$. ¿Si A es ortogonal, ¿qué valores puede tomar det(A)?

*c)* Sean A y B dos matrices cuadradas de orden n tales que rang(A) < n y rang(B) = n. Demuestra que rang(A·B) < n.