

MATRICES 2º BACHILLER DE CIENCIAS

1. Calcula, si es posible, $A + 2B$, $A \cdot B$ y $B^T \cdot A$ siendo las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcula las matrices A y B para que $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ y $A - 2B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Estudia, según los valores del parámetro a , el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & a-4 \\ 2 & a & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a-1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ a+1 & -1 & a-2 \\ -1 & a+1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Comprobar que la matriz A es la inversa de B, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Hallar la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

6. Resolver la ecuación matricial $AB + CX = D$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$$

7. Estudia para qué valores de x , la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$ coincide con su opuesta.

8. Despeja X en las siguientes ecuaciones suponiendo que las matrices que intervienen son todas cuadradas del mismo orden y poseen matriz inversa.

a) $AX + B = C$ b) $X + AX = 2C - B$ c) $AXA = AB$ d) $XA^2 - B = X$

9. Calcule las matrices de la forma $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 0 \end{pmatrix}$ que cumplen la ecuación $A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Sol: $x=0, y=1$; $x=0, y=-1$

10. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores a, b y c para los que las matrices A y B conmutan.

b) Calcular A^2, A^3 y A^{2021}

c) Calcula $(A^2 + 3A - I) \cdot (A + I)$

11. Resuelve la ecuación matricial $AX = -AX + B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Sol: $x = \frac{-9}{10}$, $y = \frac{2}{5}$, $z = \frac{7}{10}$

12. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, hallar la potencia n-ésima de la matriz A

13. Hallar la inversa de las siguientes matrices aplicando el método de Gauss.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

14. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$ hallar la expresión de A^n

15. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ hallar todas la matrices B que cumplan $A \cdot B = B \cdot A$

16. Determinar dos matrices X e Y tales que $\begin{cases} 3X - 5Y = A \\ 4X - 3Y = B \end{cases}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

a) ¿Es inversible la matriz $X + Y$?

b) Calcular una matriz C tal que $(X - Y) \cdot C = I$

17. Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$. Hallar una matriz cuadrada triangular B tal que $A = B \cdot B^t$ ¿Hay una sola?

18. ¿Es posible que existan dos matrices no nulas A y B de forma que $A \cdot B = 0$?

19. Calcula todas las matrices de la forma $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ a & b \end{pmatrix}$ que verifican $X^2 = 2X$.

20. Resuelve la ecuación $XA + B = 2X$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

21. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula $A^2 - 4A + 4I$.

22. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Comprueba que se verifica $2A - A^2 = I$.

b) Calcula A^{-1} . (Sugerencia: Puedes utilizar la igualdad del apartado anterior)