

## LÍMITES Y CONTINUIDAD 1º BACHILLER CIENCIAS

1. Averigua el valor de los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4}{6x^4 + 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} \right) & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x}} \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x} \right) & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{x^2 + 1}{x}
 \end{array}$$

**Sol:** a) 2   b) 0   c) No existe   d) 2   e) 2   f) -1/2   g) 0

2. Realiza un boceto de una gráfica de una función que cumpla TODAS las siguientes características:

$$\text{Dom} = \mathbb{R} - \{3\}, \quad \text{Im} = (-1, 1) \cup [2, \infty), \quad f(0) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

3. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones. Representar gráficamente la primera función.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 4 & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ -x + 8 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^3 + x - 2} & x \leq 2 \\ \frac{x - 2}{x^2 - 4} & x > 2 \end{cases}$$

4. Determinar el parámetro a (y el b, caso de que lo haya) para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & x < 1 \\ x^2 - ax & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & x > 1 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} e^x + a & x \leq 0 \\ ax^2 + b & 0 < x \leq 2 \\ \frac{bx + 2}{x - 1} & x > 2 \end{cases}$$

**Sol:** a)  $a = -3$    b)  $a = 1, 2$    c)  $a = 1, b = 2$

5. Una empresa vende una máquina fotocopidora cuya capacidad de hacer copias por minuto se va deteriorando con el paso de los años, aunque para paliar el problema aconseja hacerle una revisión al cabo de 4 años. La función que, en este caso, da el número de copias por minuto en función de los x años transcurridos viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 15 - 2x & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{5x + 2}{x - 2} & x > 4 \end{cases}$$

a) ¿Cuántas copias hace la máquina cuando se compra?

b) ¿La revisión de los cuatro años, cambia el rendimiento de la máquina o no se nota el arreglo?

c) La empresa ofrece una garantía de un mínimo de 5 copias por minuto por vieja que sea la máquina.

¿Es fiable dicha garantías? ¿Qué ocurriría si no se pasa la revisión?

6. Calcula el valor del parámetro k en los siguientes casos de modo que:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2}{kx^2 - kx} = 3 \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{\frac{kx+1}{3}} = \sqrt{e} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \sqrt{kx^2 + x - 3}}{3x - 4}$$

**Sol:** a)  $k = 5/3$       b)  $k = -1/2$       c)  $k = 36$

7. La constructora “Chanchullos SL” ha adquirido una nueva excavadora para sus pelotazos urbanísticos. El departamento financiero ha calculado que puede revenderla al cabo de t años al precio que marca la función  $f(t) = \frac{80}{1 + 0.4 \cdot t}$  donde  $f(t)$  se mide en miles de euros.

- a) ¿Cuánto se ha pagado inicialmente por la excavadora?  
 b) ¿Al cabo de cuántos años la excavadora perderá la mitad de su valor?  
 c) Suponiendo que transcurren muchísimos años, ¿a dónde tiende el valor de la excavadora?

8. Halla el valor de los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1} \right)^{\frac{2x+1}{12}} \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+4}{x^2 + 3x - 4} \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{3x+4} \right)^{\frac{-x^2+1}{x}} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x^2+1} - \frac{x^2+1}{x+1} \right)$$

**Sol:** a) 1    b) No existe    c) 0    d)  $-\infty$

9. Determinar y clasificar los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 4x + 3} \quad b) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} \quad c) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x > 0 \\ 3x & x \leq 0 \end{cases}$$

10. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+1}{x^2 - x} - \frac{2}{x^2 - 2x} \right) \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 2x} \right) \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

**Sol:** a) b) c)

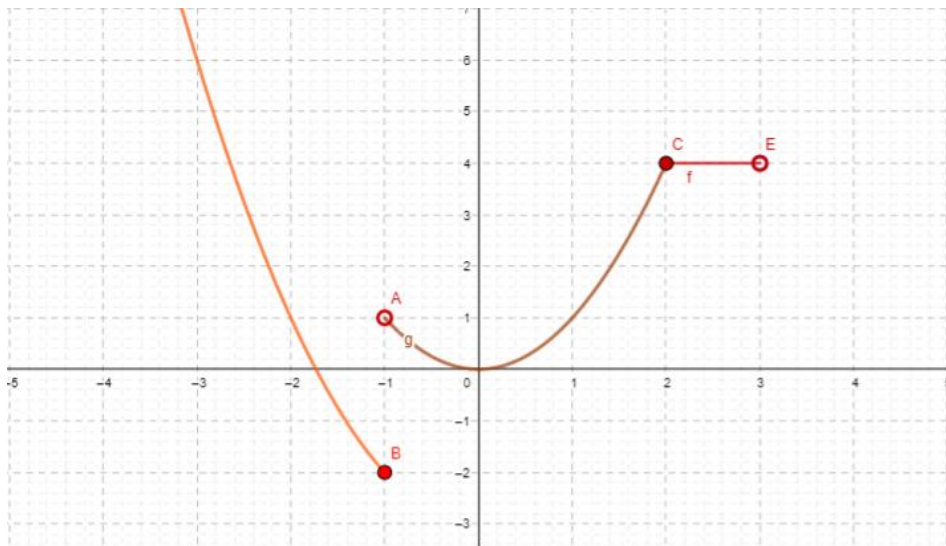
11. Realiza un boceto de una gráfica de una función que cumpla TODAS las siguientes características:

$$Dom = \mathbb{R} - \{2\}, \quad Im = \mathbb{R} - [-1, 0), \quad f(0) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$$

12. Calcula a de modo que

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x = e^4 \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + ax + 1} - \sqrt{x^2 - 3x} \right) = \frac{5}{2}$$

13. Dada la gráfica de la siguiente función, responde a las siguientes preguntas:



- Hallar el dominio y recorrido de la función
- Calcular los límites laterales de la función en  $x = 1$
- Hallar el valor de  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  y de  $f(-1)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

14. Dibuja la gráfica de la siguiente función y estudia su continuidad:

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ x + 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$