

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS 4º ESO

1. Dados los polinomios $P(x) = 3x^2 - 5x - 2$, $Q(x) = x^3 - 4x^2 - 5$ y $H(x) = -3x^2 + 7x - \frac{1}{2}$ realiza las siguientes operaciones:

a) $P+Q$ b) $H-P$ c) $P \cdot Q$ d) P^2 e) $2H-P+Q$ f) $-2Q+x \cdot H$ g) $P(0)+Q(-1)$

Sol: a) $x^3 - x^2 - 5x - 7$ b) $-6x^2 + 12x + \frac{3}{2}$ c) $3x^5 - 17x^4 + 18x^3 - 7x^2 + 25x + 10$

d) $9x^4 - 30x^3 + 13x^2 + 20x + 4$ e) $x^3 - 13x^2 + 19x - 4$ f) $-5x^3 + 15x^2 - \frac{x}{2} + 10$ g) -12

2. Opera and simplifica

a) $(2x-3) \cdot (x+1) - 3(x^2+4-3x)$ **Sol:** $-x^2 + 8x - 15$

b) $2 \cdot (x-3) + (x-2)^2 + 5 \cdot (x-1)$ **Sol:** $x^2 + 3x - 7$

c) $x \cdot (x-3) + (x+1) \cdot (x-1) - (2x-1)^2$ **Sol:** $-2x^2 + x - 2$

d) $(9-x) \cdot (9+x) - (-x+3) + 5 + x^2$ **Sol:** $x + 83$

e) $x \cdot (x+1)^2 - (x+1)^2$ **Sol:** $x^3 + x^2 - x - 1$

f) $(x+1)^3$ **Sol:** $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

3. Efectúa la siguiente división de polinomios:

a) $(2x^2 - 3x + 4) \div (x - 1)$ b) $(4x^3 + 12x^2 - x - 9) \div (2x + 5)$ c) $(3x^2 + 13x - 17) \div (3x - 2)$

Sol: a) $C = 2x - 1$ $R = 3$ b) $C = 2x^2 + x - 3$ $R = 6$ c) $C = x + 5$ $R = -7$

4. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones:

a) $(x^4 - x^3 - 10x^2 + 3x + 3) : (x + 3)$ b) $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

5. Calcula el valor de m en los siguientes casos:

a) El polinomio $(3x^5 + 6x^4 + 2x^3 + x^2 - 3mx - 2m)$ es divisible por $(x + 2)$.

b) El polinomio $(2x^5 - 9x^4 + 9x^3 + 2x^2 - mx + m)$ tiene al número 3 como raíz entera.

c) El polinomio $(5x^6 + 10x^5 - 2x^4 - 4x^3 + mx^2 - x - 5m)$ es divisible por $(x + 2)$.

6. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^3 - 4x^2 - 22x + 24$

d) $x^4 + x^2 + 2x$

b) $3x^3 + 9x^2 - 219x - 945$

e) $5x^4 + 5x^3 + 25x^2 + 35x - 70$

c) $2x^5 - 20x^3 + 18x$

f) $x^4 + 8x^2 + 16$

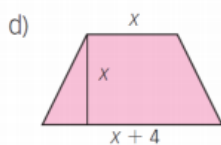
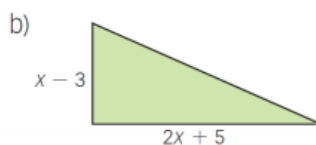
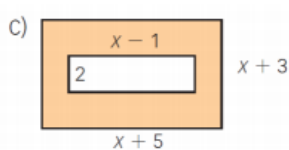
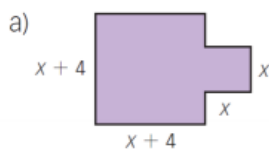
7. Sabiendo que una raíz del polinomio $Q(x) = x^3 + 8x^2 + kx + 10$ es $x = -10$, calcula el valor de k , halla el resto de las raíces y factoriza el polinomio. **Sol:** $k = -19$

8. Efectúa la siguiente división de polinomios:

a) $(2x^2 - 3x + 4) \div (x - 1)$ b) $(4x^3 - 2x^2 + 13x - 7) \div (2x^2 + 5)$

Sol: a) $C = 2x - 1$ $R = 3$ b) $C = 2x - 1$ $R = 3x - 2$

9. Expresa el área de cada figura mediante un polinomio. Simplifica su expresión



Sol: a) $2x^2 + 8x + 16$ b) $x^2 - \frac{x}{2} - \frac{15}{2}$ c) $x^2 + 6x + 17$ d) $x^2 + 2x$

10. Considera los polinomios $P(x) = 3x^3 + (k-1)x^2 + kx - 2$ para cualquier valor real k . Prueba que $P(x) + 6$ es divisible por $x + 1$ para cualquier k .

11. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x-4}{x^2-4x+4}$ b) $\frac{6-x-x^2}{x^2+2x-8}$ c) $\frac{x^3-x^2-8x+12}{x^3-6x^2+2x+12}$

12. Efectúa las siguientes operaciones y da el resultado en forma de fracción irreducible:

a) $\frac{5x}{x+3} + \frac{3}{x-2}$

d) $\frac{2x-6}{x^2-1} \cdot \frac{5x+5}{4x-12}$

b) $\frac{2x-1}{x^2-4} + \frac{2}{x+2}$

e) $\frac{x-1}{2x+6} \div \frac{x^2-1}{-3x-9}$

c) $\frac{7x}{x-3} - \frac{5}{x+3} + \frac{6x}{x^2-9}$

f) $\frac{x^2-6x+5}{x^2+5x+6} \cdot \frac{2x^2-8}{x^2-x} \div \frac{2x-10}{x^2+3x}$

13. Determina el polinomio $P(x)$ tal que verifica las siguientes condiciones (todas a la vez):

a) Es divisible por $(x-2)^2$ y el cociente que se obtiene es de la forma $ax + b$.

b) El resto, al dividirlo por $x + 1$, es 18.

c) El resto, al dividirlo por x , es 4.

- 14.** Explica, sin hacer la división, por qué el polinomio $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ no puede ser divisible por $x - 2$ ni por $x + 3$. Indica qué expresiones del tipo $x - a$ podríamos considerar como posibles divisores de $P(x)$. Comprueba, haciendo la división con la regla de Ruffini, cuáles de las expresiones consideradas anteriormente son divisores de $P(x)$.
- 15.** Determina a y b en el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + 4$ sabiendo que es divisible por $(x + 1)$ y que los restos que se obtienen al dividirlo por $(x - 2)$ y $(x - 1)$ son iguales.
- 16.** Dado el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 - x - a$
- Comprueba que la división por $(x + a)$ es exacta.
 - Halla el valor de a para que el resto de la división por $(x - 2)$ sea -1 .