

POTENCIAS RADICALES Y LOGARITMOS 4º ESO

1. Simplifica utilizando las reglas de las potencias.

$$a) \frac{9^{-2} : 3^3 \cdot 27^{-1}}{81^{-2} \cdot 3} \quad b) \frac{2^{-2} \cdot 4^3}{16 : (-4^2)} \quad c) \frac{(a^4)^{-1} \cdot a^{-3} : (-a)^0}{a^5 : a} \quad d) \frac{(a^4)^{-1} \cdot a^{-3} : (-a^0)}{a^{-5}}$$

2. Expresa como raíz única y simplifica los siguientes radicales:

$$a) \frac{\sqrt[10]{81} \cdot \sqrt[15]{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{\sqrt{3}}} \quad b) \frac{\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \quad c) \sqrt[5]{2 \cdot a^3 \cdot x^4} : \sqrt[3]{4 \cdot a \cdot x^2} \quad d) \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$$

3. Extrae factores y simplifica:

$$a) \sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{5^2 \cdot 2^5} \quad b) \sqrt{45} - 3\sqrt{20} - \sqrt{5} \quad c) 2\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{5^6 \cdot 2^4} \quad d) \frac{4\sqrt{50} - \frac{3}{2}\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - \frac{1}{7}\sqrt{98}}{\sqrt{72}}$$

4. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

$$a) \sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} - \sqrt{3}) \quad b) -\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{2} - 1) + 2\sqrt{6} \quad c) \sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 2\sqrt{6}$$

$$d) (\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2 \quad e) (\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2 \quad f) (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

Sol: a) 6 b) $\sqrt{3}$ c) 6 d) $23 - 6\sqrt{10}$ e) $53 + 10\sqrt{6}$ f) 1

5. Efectúa las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia.

$$a) \frac{54^{-3} \cdot 12^4 \cdot 18 \cdot 27}{3 \cdot 2^{-7} \cdot 72^2 \cdot 32^4} \quad b) \frac{0,001 \cdot 0,1^2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,01^5}{100^{-2} \cdot 0,1^5 \cdot 10^5 \cdot 0,01} \quad \text{Sol: a) } 2^{-13} \cdot 3^{-5} \quad b) 10^{-12}$$

6. Sin utilizar la calculadora calcula los siguientes logaritmos.

$$a) \log_3 27 \quad b) \log_5 625 \quad c) \log_7 343 \quad d) \log_2 \frac{1}{32} \quad e) \log_3 \frac{1}{729} \quad f) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32} \quad g) \log_{\frac{1}{2}} 8 \quad h) \log_2 (-4)$$

7. Expresa como raíz única y simplifica los siguientes radicales.

$$a) \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt[3]{-16 \cdot \sqrt{2}}} \quad b) \sqrt[4]{\frac{(x^5)^2 \cdot y^{-5}}{(x^{-3})^{-2} \cdot y^3}} \quad c) \frac{\sqrt[3]{4a^2b} \cdot \sqrt{2a} \cdot \sqrt[3]{4\sqrt{ab^2}}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[4]{8a^3b^2}} \quad \text{Sol: a) } -\sqrt[3]{2} \quad b) \frac{x}{y^2} \quad c) \frac{\sqrt[12]{2a^6b^6}}{b}$$

8. Opera y reduce.

$$a) \frac{2\sqrt[3]{81} - 3\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{192}}{\sqrt[3]{3}} \quad b) 5\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72} + 11\sqrt{8} - 3\sqrt{50} \quad \text{Sol: a) } 4 \quad b) 27\sqrt{2}$$

9. Racionaliza y reduce los siguientes radicales.

$$a) \frac{\sqrt{7} + 1}{2\sqrt{7} + 5} \quad b) \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}}$$

10. Halla los siguientes logaritmos sin usar la calculadora, simplemente utilizando la definición:

a) $\log_3 \sqrt{3}$ b) $\log_5 \sqrt{125}$ c) $\log_2 \frac{0.5}{\sqrt{32}}$

11. Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $\log_x 125 = 3$ b) $\log_x 0,25 = -2$ c) $\log_{\sqrt{x}} x = -3$

12. Calcula el valor de $\log_3 \frac{1}{9} - \log_{\frac{1}{2}} 1024 + \log_{\sqrt{3}} 81 - \log_4 16 + \log_3 \sqrt[5]{27} - \log_5 1$

13. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{25}}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

14. Opera las siguientes operaciones con radicales:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-2} - \frac{5}{\sqrt{3}+3} + \frac{2}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$
Sol: a) $\frac{-7+7\sqrt{3}}{4}$ b) $5+2\sqrt{6}$ c) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

15. Efectuar las siguientes operaciones y expresar el resultado en forma de potencia positiva.

a) $\frac{3^{-2} \cdot 27^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}{\frac{1}{81} \cdot (-3)^0}$ b) $\frac{(5^{-3})^{-2} : 5^2}{(5^2)^{-4} \cdot (5^2)^{-1}}$ c) $\frac{24^2 \cdot 36^4}{18^2 \cdot 3 \cdot 54^2}$ d) $\frac{3^{-4} : (3^{-2})^{-3}}{3 : 3^{-5}}$ e) $\frac{(5^3)^{-2} \cdot (5^{-1})^{-4} : 125}{25^{-2} \cdot 5}$

16. Sumar los siguientes radicales:

a) $5\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{27} + \frac{2}{3}\sqrt{48}$ b) $\frac{3}{4}\sqrt{5} - \sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{7}$ c) $6 \cdot \sqrt[3]{32} - 3 \cdot \sqrt[3]{250} - 5 \cdot \sqrt[3]{108} + \sqrt[3]{864} + 7 \cdot \sqrt[3]{54}$

17. Sabiendo que $\log 2 = 0.3$ halla, usando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log 8$ b) $\log 40$ c) $\log 32 - \log 100$ d) $\log 0.0064$ e) $\log \frac{\sqrt{0,025}}{8}$

18. Escribir con notación científica el resultado de calcular:

a) $4,25 \cdot 10^3 + 3,2 \cdot 10^7$ b) $9,23 \cdot 10^4 - 0,0075$ c) $1,623 \cdot 10^5 : (2,084 \cdot 10^3)$ d) $2,04 \cdot 10^7 \cdot -2,1 \cdot 10^{-3}$

19. Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $\log_x 25 = 2$ b) $\log_{\frac{1}{4}} x = -2$ c) $\log_x 100 = -2$ d) $\log x = -8$ e) $\log_3 x = 2$ f) $\log_x 125 = \frac{3}{2}$
g) $\log_2 x = -1$ h) $\log_3 \frac{1}{27} = x$ i) $\log_5 x = -2$ j) $\log_{\frac{1}{2}} x = 0$ k) $\log_7 x = 1$ l) $\log_{\sqrt{2}} 4 = x$

20. Expresa, si se puede, mediante un solo logaritmo y calcula:

a) $3 \cdot \log_2 6 + 4 \cdot \log_2 36 - \log_2 27$

b) $\log_2 0,125 - \log_7 343 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_{27} 1$

c) $2 \cdot \log_a x - 5 \cdot \log_a xy + \log_a y$

21. Si $\log_2 a = k$, justifica por qué son verdaderas estas igualdades:

a) $\log_2 \sqrt{a} = \frac{k}{2}$ b) $\log_2 \frac{1}{a} = -k$ c) $\log_2 a^3 = 3k$

22. Sabiendo que $\log k = 14,4$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log \left(\frac{k}{100} \right)$

b) $\log(0,1 \cdot k^2)$

c) $\log \left(\sqrt[3]{\frac{1}{k}} \right)$