

NÚMEROS REALES 1º BACHILLER DE CIENCIAS

1. Discute la veracidad de las siguientes afirmaciones:

- a) Algunos números racionales son números naturales.
- b) Todo número irracional es real.
- c) Todos los números decimales son racionales.
- d) Algunos decimales periódicos pueden ser irracionales.
- e) Existen números enteros que son racionales.
- f) Todos los decimales se pueden expresar en forma de fracción.

2. Calcula

a) $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4}$ b) $\sqrt[3]{3a^2b} \cdot \sqrt{2ab^3}$ c) $\sqrt[5]{2a^3b^4} : \sqrt[3]{4ab^2}$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{a^3\sqrt{b}}$

3. Reducir a radical único y simplificar.

a) $\frac{\sqrt[3]{a}}{(\sqrt{a})^3} \cdot \sqrt[4]{a^{11}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b}}{\sqrt[12]{a^4} \cdot b^7}$ c) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{6}}}$ d) $\sqrt[4]{\frac{32x^8}{81y^6}}$ e) $\frac{\sqrt[4]{x^3} \cdot y^3 \cdot \sqrt[3]{x^4} \cdot y^5}{\sqrt[6]{x^5} \cdot y^4}$

Solución: a) $a \cdot \sqrt[12]{a^7}$ b) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ c) $\sqrt[8]{864}$ d) $\frac{2x^2}{3y} \cdot \sqrt[4]{\frac{2}{y^2}}$ e) $x \cdot y \cdot \sqrt[4]{x \cdot y^3}$

4. Opera y simplifica los siguientes radicales:

a) $5\sqrt{x} + \sqrt{16x} - 2\sqrt{x^5}$ b) $\sqrt{6} - 2\sqrt{24} + 3\sqrt{54} + 5\sqrt{12}$ c) $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$
 d) $(3\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3)$ e) $6 \cdot \sqrt[3]{32} - 3 \cdot \sqrt[3]{250} - 5 \cdot \sqrt[3]{108} + \sqrt[3]{864} + 7 \cdot \sqrt[3]{54}$

Sol: a) $(9 - 2x^2) \cdot \sqrt{x}$ b) $6\sqrt{6} + 10\sqrt{3}$ c) $19 + 7\sqrt{10}$ d) $39 - 29\sqrt{2}$ e) $6\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4}$

5. Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{2} \cdot (2 - \sqrt{3})}$ b) $\frac{2}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2} - \frac{5}{\sqrt{3} + 3} + \frac{2}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

Solución: a) $\sqrt[3]{2^5} + \sqrt[6]{2^4 \cdot 3^3}$ b) $\frac{1 - \sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{-7 + 7\sqrt{3}}{4}$ d) $5 + 2\sqrt{6}$

6. Opera y simplifica los siguientes radicales:

a) $\frac{3}{4}\sqrt{5} - \sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{7}$ b) $\sqrt{6} - 2\sqrt{24} + 3\sqrt{54} + 5\sqrt{12}$ c) $5\sqrt{x} + \sqrt{16x} - 2\sqrt{x^5}$ d) $(3\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3)$
 e) $6 \cdot \sqrt[3]{32} - 3 \cdot \sqrt[3]{250} - 5 \cdot \sqrt[3]{108} + \sqrt[3]{864} + 7 \cdot \sqrt[3]{54}$ f) $(2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 2\sqrt{2})^2$

7. Calcula el valor de x utilizando la definición de logaritmo.

a) $\log_3 x = 5$ b) $\log_{\frac{2}{3}} x = 4$ c) $\log_2(2-x) = -1$ d) $\log_5 x = 3$ e) $\log_3(x-2) = 5$ h) $\log_2 x = -1$

8. Demuestra que los siguientes números irracionales son todos iguales entre sí.

$$\frac{\sqrt{18}}{3} \quad \frac{8}{\sqrt{32}} \quad \sqrt[4]{4} \quad \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$$

9. Sabiendo que $\log_3 2 = 0'63$ halla $\log_3 24$ mediante las propiedades de los logaritmos.

10. Halla el resultado de las expresiones, mediante las propiedades de los logaritmos:

a) $2\log_4 16 + \log_2 32 - 3\log_7 49$ b) $\log_2 8 + \log_3 27 + \log_5 125$ c) $\log_5 625 - \log_9 81 + \log_8 64$

11. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $\log_3 \frac{a^2 \cdot b^5 \cdot c}{d^2}$ b) $\log_{10} \frac{x \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^2 \cdot z^3}}$ c) $\log_2 \frac{a^3 \cdot \sqrt[5]{b^6}}{\sqrt[3]{c^7}}$ d) $\text{Ln} \frac{e^3 \cdot \sqrt[4]{a^6}}{1.000}$

12. Halla el valor de los logaritmos decimales, teniendo en cuenta que $\log 2 = 0'3010$.

a) $\log 1250$ b) $\log 0'04$ c) $\log 0'125$ d) $\log 1'6$ e) $\log 5$ f) $\log 0'2$

13. Calcula el valor de x.

a) $\log_3 9^x = 2$ b) $\log_2 4^{x+4} = -2$ c) $\text{Ln} 3^{x+6} = 3$ d) $\log_x 5 = 2$ e) $\log_3 9^{x+3} = 3$ f) $\log_x 3 = -2$

14. Determina el valor de x.

a) $8^x = 1024$ b) $10^{x-1} = 10^3$ c) $3^{x^2} + 18 = 27$ d) $3^{x^2} = 27$ e) $8^{x-2} = 1024$ f) $2^{x^2-2x+1} = 1$

15. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{a^{12}}{a^{18}}}}$ b) $\sqrt[4]{32a^5b^{-8}c^{-12}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{8a^4}{81b^3}}$ d) $\frac{-\sqrt[3]{8a^3b^5c^{-2}}}{\sqrt[3]{-32a^6b^4}}$ e) $\sqrt[6]{729a^7b^{-12}}$ f) $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$

16. Opera y simplifica:

a) $(3\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3)$ b) $(2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 2\sqrt{2})$ c) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$ d) $(5\sqrt{2} - 3) \cdot (5\sqrt{2} + 3)$

17. Expresa el resultado como potencia:

a) $(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})^6$ b) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{\sqrt[3]{2^2}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt[3]{8 \cdot \sqrt[5]{81}}$

18. Efectúa y simplifica.

$$\text{a) } \frac{\sqrt[4]{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-4} \cdot \sqrt[3]{2}}{2^2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{5}{2}}} \quad \text{b) } \left(\sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[4]{81}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{c) } \left(81^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{3}}} \right) : \sqrt{3} \quad \text{d) } \left(\sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}} \right)^{-2}$$